# Das Erweiterte Druckbogenmodell für die Nachrechnung von Spannbetonbrücken – Theoretische Hintergründe

P. Gleich, R. Maurer

**ZUSAMMENFASSUNG** Die Nachrechnungen bestehender, älterer deutscher Spannbetonbrücken auf Grundlage der aktuell gültigen Normen und Richtlinien zeigen im Allgemeinen erhebliche Defizite in Bezug auf die erforderliche Querkraftbewehrung. Im Zuge von Forschungstätigkeiten im Auftrag der Bundesanstalt für Straßenwesen (BASt) wurden an der TU Dortmund Großversuche durchgeführt, um das Querkrafttragverhalten durchlaufender Spannbetonbalken genauer zu untersuchen. Daraus wurde auf Basis des Druckbogenmodells (DBM) das Erweiterte Druckbogenmodell (EDBM) abgeleitet, welches ein mögliches analytisches Verfahren zur Bestimmung des Betontraganteils bei Querkraft ist.

So lässt sich die Querkrafttragfähigkeit vorgespannter Balken realitätsnäher bestimmen, als nach dem Fachwerkmodell mit Rissreibung gemäß aktueller Normung. Der vorliegende Beitrag liefert Hinweise und Erläuterungen zum DBM und EDBM hinsichtlich der Anwendung auf reale Bauwerke mit zugehörigem Sicherheitskonzept für eine Stufe-4-Nachrechnung.

### STICHWÖRTER

Brückenbau, Druckbogenmodell, Querkraft, Nachrechnung

# Application of the extended arch action model for the reassessment of prestressed concrete bridges

**ABSTRACT** The structural assessment of existing older prestressed concrete bridges in Germany based on current valid standards and guidelines generally reveals considerable deficits concerning the required shear reinforcement. As part of a research project on behalf of the German Federal Highway Research Institute (BASt) large-scale experiments have been undertaken at TU Dortmund University, in order to analyse the shear bearing capacity of multi-span prestressed concrete beams. Based on the arch action model (DBM) the extended arch action model (EDBM) was derived from those experiments, which can be applied to determine the concrete shear contribution to the shear load bearing capacity. Using the EDBM the shear capacity of prestressed concrete beams can be determined much closer to reality than using the approach for shear design according to current codes. The paper at hand presents explanations regarding the DBM and EDBM with respect to the reassessment of existing bridge structures and defines the corresponding safety concept.

# 1 Einleitung

Im Zuge der Nachrechnung bestehender, älterer Spannbetonbrücken nach heutigem Stand der Normung erweist sich häufig die vorhandene Querkraftbewehrung in Brückenlängsrichtung als stark unterdimensioniert. Dies resultiert teilweise aus dem stetig ansteigenden Schwerlastverkehr sowie den angepassten Verkehrslastmodellen, vor allem jedoch aus den im Laufe der letzten Jahrzehnte häufig und mitunter grundlegend modifizierten Querkraftnachweisen. Infolge dieser Modifikationen änderten sich auch die konstruktiven Anforderungen an die Querkraftbewehrung. Zudem wurde in Deutschland erst im Jahr 1966 eine verbindliche Mindestquerkraftbewehrung normativ festgelegt. Letztlich ergeben sich aus diesen Modifikationen auf der Einwirkungsund Widerstandsseite in vielen Fällen (mathematische) Querkrafttragfähigkeitsdefizite, sodass aktuell eine Vielzahl an Betonbrücken querkraftverstärkt oder sogar durch Ersatzneubauten ersetzt werden müssen. Genauere Nachweisverfahren zur Bestimmung der tatsächlichen Querkrafttragfähigkeit sind daher für die Nachrechnung bestehender Spannbetonbrücken von großer Bedeutung.

Das den aktuellen Normen zugrunde liegende parallelgurtige Fachwerkmodell mit Rissreibung wurde im Wesentlichen an Querkraftversuchen an einfeldrigen Stahlbetonträgern kalibriert. Derartige Versuche sind in der einschlägigen Literatur umfangreich dokumentiert [1], [2] und liegen in großer Zahl vor. Für Spannbetonbauteile erfolgten an den so hergeleiteten Bemessungsmodellen lediglich geringfügige Anpassungen. Aufgrund der in der Regel gegebenen Kleinmaßstäblichkeit unter Verwendung von Einfeldträgersystemen blieb das spezifische Tragverhalten durchlaufender Spannbetonbalken bisher jedoch weitgehend unberücksichtigt. Das empirisch hergeleitete, idealisierte Fachwerkmodell kann das spezifische Querkrafttragverhalten derartiger Tragsysteme daher nicht realitätsnah unter Berücksichtigung aller maßgebenden Tragmechanismen abbilden.

Das Tragverhalten repräsentativer Spannbetonträger mit Durchlaufwirkung, besonders die Innenstützenbereiche mit gleichzeitig hoher Momenten- und Querkraftbeanspruchung, wurde erst in den letzten Jahren verstärkt untersucht und brauchbar dokumentiert [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14]. Zur experimentellen Untersuchung des Querkrafttragverhaltens wurden an der TU Dortmund, in Kooperation mit dem Institut für Massivbau der RWTH Aachen, dem Ingenieurbüro ZM-I sowie mit dem Lehrstuhl für Massivbau der TU München, Großversuche an zweifeldrigen Spannbetonträgern durchgeführt. Dabei lag der Fokus der Untersuchungen in Dort-



**Bild 1.** Druckgewölbe bei einem Durchlaufträger mit girlandenförmigem Spanngliedverlauf nach Leonhardt [17] *Abb.: entnommen aus [16]* Fig. 1. Arch effect in continuous beams with inclined tendons according to Leonhardt [17] *Source: taken from [16]* 



**Bild 2.** Bestimmung der geneigten Biegedruckkraft  $F_{cd}$  Abb.: in Anlehnung an [16] Fig. 2. Determination of inclined compression force  $F_{cd}$  Source: according to [16]

mund auf der Untersuchung der Druckbogenwirkung bei Variation des Querkraftbewehrungsgrades und der Belastungsart. Durch geeignete Messtechnik konnte die Druckbogenwirkung in Spannbetonbalken auch messtechnisch erfasst und belegt werden. Die Dortmunder Versuche sind in [4], [5], [8], [12], [13] umfangreich dokumentiert und ausgewertet.

Auf Basis der experimentellen Untersuchungen an den genannten Dortmunder Spannbetonträgern und numerischen Untersuchungen mit der nichtlinearen FEM wurde das analytische Erweiterte Druckbogenmodell (EDBM) hergeleitet, welches auf Basis der Druckbogenwirkung zur realitätsnäheren Ermittlung des Betontraganteils bei der Querkrafttragfähigkeit vorgespannter Balken herangezogen werden kann [12], [13], [14]. Bei dem EDBM handelt es sich um die Erweiterung des Druckbogenmodells (DBM) [15], [16]. Beide Ingenieurmodelle, das DBM und das EDBM, sind für die wirklichkeitsnahe Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Balkenstegen bestehender Spannbetonbrücken entwickelt worden und wurden bereits wiederholt bei der Nachrechnung schwierig gelagerter Fälle in der Stufe 4 gemäß Nachrechnungsrichtlinie erfolgreich angewendet.

# 2 Druckbogenwirkung und Druckbogenmodelle 2.1 Querkrafttraganteil infolge Druckbogenwirkung

Die Vorstellung, dass sich eine Sprengwerk- oder Bogen-Zugband-Wirkung in Balkenstegen von Stahl- beziehungsweise Spannbetonträgern ausbilden kann, wurde bereits in den Anfängen des Betonbaus entwickelt. Bereits Leonhardt [17] beschrieb 1955, dass sich bei vorgespannten Balken ein Druckgewölbe einstellen kann, über welches ein wesentlicher Anteil der einwirkenden Querkraft abgetragen wird (**Bild 1**). Neben dem Betontraganteil aus der Druckbogenwirkung wird nach Leonhardt ein weiterer, signifikanter Anteil der Querkraft über geneigt verlaufende Spannglieder abgetragen.

Analog zum Vorgehen bei der Ermittlung der Vertikalkomponente  $V_{\rm pd}$  einer geneigten Spanngliedkraft ermittelt sich der Druckbogentraganateil V<sub>ccd</sub> aus dem Verlauf der resultierenden geneigten Biegedruckkraft (Bild 2). Methodisch wird so in den aktuell gültigen Normen bekanntlich nur bei Balken mit geometrisch geneigtem Druckgurt verfahren. Bei vorgespannten Balken konstanter Höhe verläuft der Druckgurt im Inneren des Bauteils jedoch ebenfalls geneigt, weshalb die Vertikalkomponente dieser geneigten Druckkraft auch hier als zusätzlicher Querkrafttraganteil V<sub>ccd</sub> wirksam ist (Bild 2). Die Querkrafttraganteile infolge Fachwerkwirkung  $V_{\rm Rd,s'}$  geneigter Spanngliedzugkraft  $V_{\rm pd}$  und Druckbogenwirkung  $V_{ccd}$  können additiv gemäß Gleichung (1) auf der Widerstandseite berücksichtigt werden. Dieses Vorgehen empfiehlt sich zur differenzierten Darstellung einzelner Traganteile. Alternativ kann die günstige Druckbogenwirkung zusammen mit einer günstig wirkenden Spanngliedzugkraft auch auf der Beanspruchungsseite gemäß Gleichung (2) berücksichtigt werden. In diesem Fall muss die verbleibende Querkraftbeanspruchung  $V_{\rm Ed}$  alleinig durch die Fachwerkwirkung abgedeckt werden.

$$V_{Ed0} = V_{Rd,s} + V_{pd} + V_{ccd} = V_{Rd}$$
(1)

$$V_{Ed} = V_{Ed0} - V_{pd} - V_{ccd} = V_{Rd,s}$$
(2)

Die Bestimmung des Querkrafttraganteils infolge Druckbogenwirkung erfolgt bei beiden analytischen Modellen, dem DBM und dem EDBM, prinzipiell methodisch gleich.

### 2.2 Das Druckbogenmodell (DBM)

Beim Druckbogenmodell (DBM) [15], [16] wird dem Fachwerkmodell mit Rissreibung die Tragwirkung eines vereinfacht bestimmten Betondruckbogens überlagert. Zur Ermittlung des Druckbogenverlaufs längs eines Balkens werden die Dehnungsebenen aus den zugehörigen Biegemomenten und der Vorspannwirkung in diskreten vertikalen Schnitten längs eines Bauteils bestimmt (Bild 3). Auf Basis dieser Dehnungsebenen werden die Druckzonenhöhe x und der Abstand a der horizontalen Biegedruckkraft F<sub>cd</sub> zum Querschnittsrand bestimmt. Infolge der entlang eines Trägers veränderlichen Spanngliedhöhenlage und des veränderlichen Biegemomentes variiert die Lage dieser horizontalen Biegedruckkraft. Aus der Verbindungslinie der Druckzonenhöhen ergibt sich der überdrückte Bereich; aus der Verbindungslinie der horizontalen resultierenden Biegedruckkräfte ergibt sich der Druckbogenverlauf. Letztlich ergibt sich aus der vertikalen Komponente der geneigten Biegedruckkraft F<sub>cd</sub> des Druckbogens ein zusätzlicher Querkrafttraganteil  $V_{\rm ccd}$  des Betons. Ein derartiger Betontraganteil wird bei der Nachrechnung von Brücken von parallelgurtigen Spannbetonbalken gemäß NRR [18], [19] auf Basis des Eurocode 2 für Betonbrücken [20], [21] nicht in Ansatz gebracht. Die genannten Normen berücksichtigen lediglich einen Betontraganteil, der auf die zwischen den Rissufern wirkende Rissreibung zurückzuführen ist [22].

Das Druckbogenmodell kann mit ausreichender Genauigkeit zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit vorgespannter Balken im ungerissenen Zustand I oder bei ausschließlicher Biegerissbildung auch im Zustand II herangezogen werden, das heißt bei Ebenbleiben der Querschnitte. Damit ist es für die realitätsnahe Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit nicht in jedem Fall geeignet. Dies trifft besonders in Bereichen mit Schubrissbildung zu, in denen ein Ebenbleiben der Querschnitte nicht gegeben ist.

### 2.3 Das Erweiterte Druckbogenmodell (EDBM)

### 2.3.1 Allgemeines

Das Erweiterte Druckbogenmodell (EDBM) basiert auf dem idealisierten Fachwerkmodell. Es dient der Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit vorgespannter Balken auch bei Schrägrissbildung im Grenzzustand der Tragfähigkeit [12], [13], [14] und beruht methodisch teilweise auf dem Vorgehen bei Anwendung des DBM. Bei Schrägrissbildung (Schub- und Biegeschubrisse) gilt das Ebenbleiben der Querschnitte nicht mehr. In Folge der schrägen Risse können sich die inneren Kräfte bei querkraftbewehrten Balken teilweise in ein fachwerkartiges Tragsystem umlagern. Diese Tragwirkung spiegelt sich entsprechend in einem Anstieg der Bügelbeanspruchung wider. Zur Berücksichtigung dieser teilweisen Umlagerung innerer Kräfte in ein fachwerkartiges Tragsystem wird zusätzlich zur horizontalen Biegedruckkraft  $F_{c}$  infolge Biegemoment M<sub>E</sub> und Vorspannwirkung nach dem EDBM auch die horizontale Komponente  $F_{\rm cwh}$  der geneigten Druckstrebenkräfte F<sub>cw</sub> aus der idealisierten Fachwerkwirkung im Steg infolge Querkraft bei der Bestimmung des Druckbogenverlaufes in



**Bild 3.** Bestimmung des Verlaufs der geneigten Biegedruckkraft *Abb.: entnommen und modifiziert aus [16]* Fig. 3. Determination of the path of the inclined compression force *Source: taken an modified from [16]* 

Ansatz gebracht. Der daraus resultierende Druckbogenverlauf weicht daher in Abhängigkeit von der Größe der einwirkenden Querkraft vom Verlauf des Druckbogens ab, wie er vereinfacht nach dem DBM bei ebenbleibenden Querschnitten ermittelt wird. Letztlich wird bei Anwendung des EDBM die Momenten-Querkraft-Interaktion, wie sie im Zusammenhang mit der *Versatzmaßregel* bekannt ist, konsequent angewendet. Die Abstützung der schrägen Druckstreben auf die Zugbänder (Betonstahl und Spannstahl) und der daraus resultierende Anstieg der Zugbandkräfte werden entsprechend berücksichtigt.

### 2.3.2 Idealisiertes Fachwerkmodell mit Druckbogen

**Bild 4** stellt als Ausgangspunkt für die Herleitung das idealisierte Fachwerkmodell eines Spannbetonbalkens infolge Querkraftbiegung im B-Bereich mit positivem einwirkenden Biegemoment dar. Aus der Biegetragwirkung resultieren die inneren Kräfte  $F_{cd} = F_{sd} + F_{pd} = M_{Ed}/z$ . Der Angriffspunkt der Biegedruckkraft  $F_{cd}$  mit dem zugehörigen Hebelarm z aus der Dehnungsebene infolge Biegung und Vorspannwirkung wird, wie auch beim DBM, bestimmt. Aus der Fachwerkwirkung resultiert im Steg ein um den Winkel  $\theta_B$  geneigtes Netzfachwerk (Index B für B-Bereich), dessen resultierende Druckstrebenkraft  $F_{cwd}$  mit ihrer horizontalen Komponente  $F_{cwhd}$  bei der Bestimmung des Druckbogenverlaufs (bei dem EDBM) zusätzlich berücksichtigt wird. Nachfolgend werden drei unterschiedliche Hebelarme benötigt und unterschieden:

- z Hebelarm aus der Biegebemessung (Ebenbleiben der Querschnitte)
- $z_{\text{gew}}$  gewichteter Hebelarm, maßgebend für die Bemessung bei Querkraft

$$=\frac{F_{sd}\cdot z_s + \Delta F_{pd}\cdot z_p}{F_{sd} + \Delta F_{pd}}$$

z<sub>M+V</sub> Hebelarm zur Beschreibung des Druckbogenverlaufs

Die horizontale Druckstrebenkraft  $F_{cwhd}$  greift im Abstand  $z_{gew}/2$  von  $F_{cd}$  an. Der Hebelarm  $z_{gew}$  gibt den Abstand zwischen  $F_{cd}$  und der resultierenden Zugkraft  $F_{sd} + \Delta F_{pd}$  in den beiden Zuggurten  $A_s$  und  $A_p$  an. Zum überdrückten Bereich hin wird der



Bild 4. Idealisiertes Fachwerkmodell eines Spannbetonbalkens bei Querkraftbiegung im B-Bereich mit positivem einwirkenden Biegemoment Abb.: entnommen und modifiziert aus [13]

Fig. 4. Idealized truss model of a prestressed beam under consideration of bending (bending moment of positive value) and shear in an area without discontinuity *Source: taken and modified from* [13]



Bild 5. Idealisiertes Fachwerkmodell eines Spannbetonbalkens bei Querkraftbiegung im B-Bereich mit negativem einwirkenden Biegemoment Abb.: entnommen und modifiziert aus [13]

Fig. 5. Idealized truss model of a prestressed beam under consideration of bending (bending moment of negative value) and shear in an area without discontinuity *Source: taken and modified from* [13]

Zuwachs der Zugkraft im Spannglied  $\Delta F_{pd}$  immer kleiner. Im überdrückten Bereich gilt  $\Delta F_{pd} = 0$  und  $z_{gew} = z_s$ .

Aus der Versatzmaßregel ergibt sich bei vertikalen Bügeln  $(\alpha = 90^{\circ})$  eine Reduktion der Biegedruckkraft  $F_{cd}$  und eine Erhöhung der resultierenden Biegezugkraft F<sub>s+p,d</sub> um den Betrag  $0.5 \cdot F_{\text{cwhd}} = 0.5 \cdot V_{\text{Ed}} \cdot \cot \theta_{B}$ . Über das Gleichgewicht der horizontalen Kräfte im vertikalen Schnitt resultiert aus der horizontalen Biegedruckkraft  $F_{cd}$  sowie der horizontalen Druckstrebenkraft  $F_{\rm cwhd}$ , die im Abstand  $z_{\rm gew}/2$  von  $F_{\rm cd}$  angreift, gemeinsam mit den beiden Randzugkräften 0,5  $\cdot$   $F_{\rm cwhd}$  als Gleichgewichtsgruppe im Ergebnis die resultierende horizontale Druckkraft  $F_{\rm cd}$  + 1/2 ·  $V_{\rm Ed}$  · cot  $\theta$  infolge Biegung, Querkraft und Vorspannwirkung mit dem zugehörigen Hebelarm z<sub>M+V</sub>. Der Druckbogenverlauf ergibt sich aus dem Angriffspunkt dieser resultierenden horizontalen Druckkraft in diskreten Schnitten; der daraus abzuleitende Betontraganteil $V_{\rm ccd}$  bestimmt sich analog zur Vorgehensweise nach dem DBM. Durch ein derartiges Vorgehen werden die um den Winkel  $\theta_{\rm B}$  geneigten Druckstrebenkräfte im B-Bereich des Steges aus der Querkraftbeanspruchung bei der Druckbogenermittlung mit berücksichtigt.

Zur Bestimmung des Druckbogenverlaufs nach dem EDBM wird die einwirkende Querkraft  $V_{\rm Ed0}$  um den Traganteil des ge-

neigten Spanngliedes  $V_{pd}$ , analog zu Gleichung (2), reduziert. Die inneren Druck- und Zugkräfte bei Querkraftbiegung und der Hebelarm  $z_{M+V}$  der so berechneten resultierenden inneren Druckkraft  $F_{cd,M+V}$  und Zugkraft  $F_{s+p,d}$  berechnet sich allein über das Gleichgewicht der Kräfte am vertikalen Schnitt, wie im Folgenden dargestellt. Dabei ist z der resultierende innere Hebelarm infolge  $F_{sd}$  und  $F_{pd}$  aus der Dehnungsebene infolge Biegung und Vorspannwirkung und  $z_{gew}$  der gewichtete innere Hebelarm, maßgebend für die Bemessung bei Querkraft.

Innere Kräfte infolge  $M_{\rm Ed}$ 

$$M_{\rm Ed} = F_{sd} \cdot z_s + F_{pd} \cdot z_p = (F_{sd} + F_{pd}) \cdot z$$
  

$$\Rightarrow z = \frac{M_{Ed}}{F_{sd} + F_{pd}}$$
  

$$\Rightarrow F_{sd} + F_{pd} = F_{cd} = \frac{M_{Ed}}{z}$$
(3)

Innere Kräfte infolge  $V_{Ed}$ 

 $F_{cwhd} = V_{Ed} \cdot \cot \theta \tag{4}$ 



Bild 6. Idealisiertes Fachwerkmodell eines Spannbetonbalkens bei Querkraftbiegung im D-Bereich mit positivem einwirkenden Biegemoment Abb.: entnommen und modifiziert aus [13]

Fig. 6. Idealized truss model of a prestressed beam under consideration of bending (bending moment of positive value) and shear in an area with discontinuity Source: taken and modified from [13]



Bild 7. Idealisiertes Fachwerkmodell eines Spannbetonbalkens bei Querkraftbiegung im D-Bereich mit negativem einwirkenden Biegemoment Abb.: entnommen und modifiziert aus [13]

Fig. 7. Idealized truss model of a prestressed beam under consideration of bending (bending moment of negative value) and shear in an area with discontinuity Source: taken and modified from [13]

 $0,5 \cdot F_{cwhd} = 0,5 \cdot V_{Ed} \cdot \cot \theta$ 

Angriffspunkt  $a_{M+V}$  und Hebelarm  $z_{M+V}$  der inneren Kräfte infolge  $M_{\rm Ed}$  und  $V_{Ed}$ 

$$a_{M+V} = \frac{F_{cd} \cdot a - 0.5 \cdot F_{cwhd} \cdot a + F_{cwhd} \cdot (0.5 \cdot z_{gew} + a)}{F_{cd} + 0.5 \cdot F_{cwhd}}$$
$$= \frac{F_{cd} \cdot a + 0.5 \cdot F_{cwhd} \cdot (z_{gew} + a)}{F_{cd} + 0.5 \cdot F_{cwhd}}$$
(5)

$$z_{M+V} = \frac{M_{Ed}}{F_{cd} + 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot \cot \theta} = \frac{M_{Ed}}{(F_{sd} + F_{pd}) + 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot \cot \theta}$$
(6)

**Bild 5** zeigt das idealisierte Fachwerkmodell eines Spannbetonbalkens infolge Querkraftbiegung im B-Bereich mit negativem einwirkendem Biegemoment. Der Druckbogenverlauf bestimmt sich hier analog zu der zuvor beschriebenen Vorgehensweise.

**Bild 6** und **Bild** 7 zeigen das idealisierte Fachwerkmodell eines Spannbetonbalkens infolge Querkraftbiegung im D-Bereich mit positivem und negativem einwirkenden Biegemoment. Der Druckbogenverlauf bestimmt sich auch hier grundsätzlich analog zu der beschriebenen Methodik im B-Bereich. Jedoch resultiert in einem Fächerbereich der Druckstreben als D-Bereich eine zur Auflagerachse hin zunehmend anwachsende Druckstrebenneigung, welche im Rahmen der Ermittlung des Druckbogenverlaufs nach dem EDBM Berücksichtigung findet.

Durch die Berücksichtigung der einwirkenden Querkraft bei der Bestimmung des Druckbogenverlaufs nach dem EDBM verschiebt sich der Angriffspunkt der resultierenden horizontalen Druckkraft  $F_{cd,M+V}$  gegenüber dem Angriffspunkt der horizontalen Druckkraft  $F_{cd} = M/z$ :

- Positives einwirkendes Biegemoment
  - $F_{cd,M+V}$  verschiebt sich bezogen auf  $F_{cd}$  nach unten (Bild 4 und Bild 6)
- Negatives einwirkendes Biegemoment  $F_{cd,M+V}$  verschiebt sich bezogen auf  $F_{cd}$  nach oben (Bild 5 und Bild 7)

### 2.3.3 Zur Druckstrebenneigung in B- und D-Bereichen

### **B**-Bereich

Die Wahl der Druckstrebenneigung ist von wesentlicher Bedeutung bei der Anwendung des EDBM. Modellbedingt wird zwischen der Druckstrebenneigung  $\theta_B$  in den B-Bereichen und der resultierenden Druckstrebenneigung  $\theta_R$  im Bereich des idea-



**Bild 8**. Resultierende Druckstrebenneigung cot  $\theta_{Ri}$  in vertikalen Schnitten i im idealisierten Druckstrebenfächer (D-Bereich) *Abb.: [13]* Fig. 8. Resulting strut inclination cot  $\theta_{Ri}$  in a vertical section i in an area with discontinuity *Source: [13]* 

lisierten Druckstrebenfächers des D-Bereiches unterschieden. Nachrechnungen der erwähnten Dortmunder Großversuche [13], [14] haben gezeigt, dass der rechnerische Ansatz einer Druckstrebenneigung von cot  $\theta_B$  = ca. 1,80 bis 2,50 zu guten Übereinstimmungen mit Versuchsergebnissen geführt hat. Es wird daher unabhängig von den Festlegungen in DIN EN 1992–2 [20], [21] für Neubauten vorgeschlagen, für die Berechnung der Querkrafttragfähigkeit vorgespannter Balken die Druckstrebenneigung bei reiner Querkraftbiegung (M+V) zwischen 1,80  $\leq$  cot  $\theta_B \leq 2,50$  frei zu wählen. Die gewählte



**Bild 9.** Bemessungshilfe zur Bestimmung der resultierenden Druckstrebenneigung  $\theta_R$  innerhalb des idealisierten Druckstrebenfächers eines D-Bereiches im Steg *Abb.:* [13]

Fig. 9. Dimensioning aid to determine the resulting strut inclination  $\theta_{\beta}$  in the web in an area with discontinuity Source: [13]

Druckstrebenneigung ist in allen Nachweisen konsequent anzusetzen.

#### **D**-Bereich

In den D-Bereichen liegen über die Höhe eines vertikalen Schnittes unterschiedliche Druckstrebenneigungen vor (**Bild 8**). Die in einem vertikalen Schnitt resultierende Druckstrebenneigung  $\theta_{Ri}$  kann dann nach Bild 8 (c) bestimmt werden, welche sich aus der Druckstrebenneigung des B-Bereiches  $\theta_B$  und der über die Höhe z gewichteten Druckstrebenneigungen einzelner Betonzähne im D-Bereich  $\theta_D$  ergibt. Zur Bestimmung der resultierenden Druckstrebenneigung  $\theta_{Ri}$  an der Stelle  $x_1$  innerhalb des D-Bereiches dient Bild 8 (d).

Zur vereinfachten Bestimmung der resultierenden Druckstrebenneigung  $\theta_{Ri}$  an der Stelle i innerhalb des Diskontinuitätsbereiches wird die in Bild 8 (d) graphisch dargestellte polygonzugartige Näherung in Abhängigkeit von der Druckstrebenneigung  $\theta_B$  im B-Bereich und der Balkenhöhe hangegeben. Diese Näherung beruht auf dem Ansatz eines konstanten Hebelarms der Größe  $z = 0, 8 \cdot h$  innerhalb des D-Bereiches. Die resultierende Druckstrebenneigung cot  $\theta_{Ri}$  im betrachteten Schnitt i innerhalb eines D-Bereiches kann auch über die Regression der polygonzugartigen Näherung gemäß Bild 8 (d) nach Gleichung (7) bestimmt werden. Außerhalb eines Diskontinuitätsbereiches entspricht  $\theta_{Ri} = \theta_B$ .

$$\cot \theta_{Ri}(x) = (0.76x^3 - 2.41x^2 + 2.65x) \cdot \cot \theta_B$$
(7)

für  $x = x_1/(z \cdot \cot \theta) \le 1,0$ 

mit  $x_1$  = Abstand des Nachweisschnittes von der Auflagerachse

Als Bemessungshilfe sind die resultierenden Druckstrebenneigungen für nachrechnungsrelevante Brückenrandbedingungen (Balkenhöhen h =  $1,0 \div 4,0$  m, cot  $\theta_B = 1,75 \div 2,50$ ) ausgewertet worden und in **Bild 9** grafisch dargestellt. Zwischenwerte dürfen linear interpoliert werden.

### 2.3.4 Zur Diskretisierung

Eine (äquidistante) Diskretisierung des statischen Systems üblicher Spannbetonbrücken zur Bestimmung der Dehnungsebene mindestens in den Zehntelspunkten eines Feldes wird empfohlen. Zudem sollte im Bereich von last- und geometriebedingten Diskontinuitätsstellen eine verfeinerte Diskretisierung erfolgen.

# 2.3.5 Zur horizontalen Druckstrebenkomponente $F_{cwhd}$ und dem zugehörigen inneren Hebelarm

Zur Bestimmung des Druckbogenverlaufs nach dem EDBM wird die einwirkende Querkraft  $V_{\rm Ed0}$  um den Traganteil des geneigten Spanngliedes  $V_{\rm pd}$  reduziert. Die Abstützung der schrägen Druckstreben auf die Zugbänder (Betonstahl und Spannstahl) und der daraus resultierende Anstieg der Zugbandkräfte sind entsprechend zu berücksichtigen. Dies bedeutet die Berücksichtigung eines eventuellen Spannkraftanstieges  $\Delta F_{pd}$  bei der Berechnung des inneren Hebelarms. Sofern sich die Spannglieder im gezogenen Bereich der Dehnungsebene befinden  $(\Delta F_{pd} > 0)$ berechnet sich der gewichtete innere Hebelarm z<sub>gew</sub> nach Gleichung (8). Zum Momentenullpunktbereich hin wird  $\Delta F_{pd}$ , ausgehend vom maximalen Moment, zunehmend kleiner  $(\Delta F_{\rm pd} \rightarrow 0)$ ; befinden sich Spannglieder im überdrückten Bereich der Dehnungsebene  $(\Delta F_{pd} = 0)$  entspricht der gewichtete innere Hebelarm z<sub>gew</sub> dem Hebelarm des reinen Stahlbetonquerschnitts  $z_s$  [23].



Bild 10. Innerer Hebelarm z und Angriffspunkt der horizontalen Druckstrebenkomponente F<sub>cwhd</sub> am Beispiel des großformatigen Dortmunder Versuchsträgers DLT 1 *in [4], [5], [8], [13], [14] dokumentiert*Fig. 10. Inner lever arm z and point of action of the horizontal strut force F<sub>cwhd</sub> using the example of the large scale beam DLT 1 tested at TU Dortmund University Source: DLT 1 is documented in [4], [5], [8], [13], [14]

Spannglieder im gezogenen Bereich der Dehnungsebene:

$$z_{gew} = \frac{F_{sd} \cdot z_s + \Delta F_{pd} \cdot z_p}{F_{sd} + \Delta F_{pd}}$$
(8)

mit

### $F_{sd}$ Zugkraft der in der Biegebewehrung aus Betonstahl = $A_s \cdot \sigma_{sd} \le A_s \cdot f_{yd}$

 $\Delta F_{\rm pd}$ Kraftzuwachs im Spannstahl infolge äußerer Lasten nach dem Vorspannen

$$= A_p \cdot (\sigma_{pd} - \sigma_{pm,t}) \le A_s \cdot (f_{p0,1d} - \sigma_{pm,t})$$

Spannglieder im gedrückten Bereich der Dehnungsebene  $(\Delta F_{pdd} \rightarrow 0)$ :

$$z_{gew} = z_s \tag{9}$$

Der innere Hebelarm z und der Angriffspunkt der horizontalen Druckstrebenkomponente  $F_{cwhd}$  sind in **Bild 10** am Beispiel des großformatigen Dortmunder Versuchsträgers DLT 1 (DLT 1 in [4], [5], [8], [13], [14] dokumentiert) exemplarisch dargestellt. Die horizontale Komponente  $F_{cwhd}$  der geneigten Druckstrebenkraft  $F_{cwd}$  wirkt im Abstand  $a + z_{gew}/2$  vom gedrückten Querschnittsrand, wobei *a* den Abstand vom gedrückten Querschnittsrand zur Lage der Biegedruckkraft  $F_{cd}$  beschreibt. Wie man sieht, ist der für die Querkraftbemessung maßgebende Hebelarm  $z = z_{gew}$  über die gesamte Balkenlänge nahezu konstant.



**Bild 11.** Bestimmung der Druckbogenneigung  $\psi_{pg}$  an der Stelle x eines polygonalen Druckbogenverlaufs *Abb.:* [13]

Fig. 11. Determination of the arch inclination  $\psi_{pg}$  at the section x of an arch with polygonal shape *Source:* [13]

### 2.3.6 Zur Bestimmung der Druckbogenneigung

Die Verbindungslinie der für die diskreten vertikalen Schnitte bestimmten Lagen der Druckkräfte  $F_{cd}$  liefert den Druckbogenverlauf. Die Neigung des Druckbogenverlaufes sollte an der Stelle x nach Gleichung (10) in Zusammenhang mit **Bild 11** bestimmt werden.

$$\psi_{pg} = \frac{\left|\psi_{p}\right| + \left|\psi_{g}\right|}{2} \tag{10}$$

In den Auflagerachsen entfällt diese Mittelung.

# 2.3.7 Zur Bestimmung der Vertikalkomponente V

Die Vertikalkomponente  $V_{\rm ccd}$  des geneigten Druckbogens berechnet sich aus der resultierenden horizontalen Druckkraft  $F_{\rm cd,M+V}$  in den vertikalen Schnitten über Gleichung (11).

$$V_{ccd} = F_{cd,M+V} \tan \psi_{pg} \tag{11}$$

# 2.3.8 Zur Anwendung des EDBM bei Biege-, Querkraft- und Torsionsbeanspruchung (M+V+T)

Im Rahmen des in [12] dokumentierten Forschungsprojektes wurden an der TU Dortmund großformatige Versuchsträger einer gleichzeitigen Biege-, Querkraft- und Torsionsbeanspruchung ausgesetzt. Auf Grundlage der gewonnenen Erkenntnisse und weiterführenden theoretischen Untersuchungen [24] kann für die Nachrechnung von Bestandsbauwerken gemäß Stufe 4 der Nachrechnungsrichtlinie folgendes Vorgehen empfohlen werden:

- Nachweis der Querkrafttragfähigkeit mit der verbleibenden Bügel-Querschnittsfläche auf Grundlage des Druckbogenmodells beziehungsweise Erweiterten Druckbogenmodells

Dieses Vorgehen konnte für die durchgeführten Versuchsträger mit kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion bei dem Vergleich mit Referenzversuchen mit reiner Querkraftbiegung bestätigt werden. Dabei ist die nach Norm erforderliche Torsionsbügelbewehrung vollständig einzubauen, da bei Torsion im Vergleich zur Querkraftbeanspruchung keine Bogenwirkung als zusätzlicher Betontraganteil erwartet wird. Somit resultiert die gesamte rechnerisch erforderliche Bügelbewehrung aus der Querkraftbewehrung nach dem Druckbogenmodell, superponiert mit dem zusätzlichen Anteil der nach DIN EN 1992-2 erforderlichen Torsionsbügelbewehrung. Dieses Vorgehen kann sowohl für Plattenbalken- als auch für Hohlkastenquerschnitte angewandt werden.

Wie die Beobachtungen aus den Versuchen an Plattenbalken mit kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion gezeigt haben, stellen sich unter dieser Beanspruchungskombination steilere Risswinkel als unter reiner Querkraftbiegung ein. Die Empfehlungen für den Ansatz des Druckstrebenwinkels  $\theta$  für die Nachrechnung von Bestandbauwerken gemäß Nachrechnungsrichtlinie lauten daher:

- Für Plattenbalkenquerschnitte sollte der Druckstrebenwinkel cot θ innerhalb der folgenden Grenzen gewählt werden:
   1,75 ≤ cot θ ≤ 2,0
- Für die Stege von Hohlkastenquerschnitten kann der Druckstrebenwinkel für den Nachweis der kombinierten Beanspruchung aus Querkraft und Torsion innerhalb der folgenden Grenzen frei gewählt werden:  $1,75 \le \cot \theta \le 2,5$

Für den Nachweis der Torsionsbewehrung wird auf  $\begin{bmatrix} 24 \end{bmatrix}$  verwiesen.

### 2.3.9 Zum Sicherheitskonzept

Es wird das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept gemäß Eurocode zugrunde gelegt. Der Druckbogenverlauf und der resultierende Traganteil aus der Druckbogenwirkung  $V_{\rm ccd}$  werden auf Basis der Bemessungswerte der Materialfestigkeiten bestimmt. Dies entspricht dem Partial Factor Format gemäß Model Code 2010 [25].

### 2.4 Anwendungsbeispiel

Die Anwendung des DBM beziehungsweise EDBM wird durch ein praxisnahes Rechenbeispiel in [26] veranschaulicht.

## 3 Zusammenfassung und Ausblick

Es wurden zwei analytische Rechenmodelle zur Ermittlung eines zusätzlichen Querkrafttraganteils infolge Druckbogenwirkung bei der Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit vorgespannter Balken vorgestellt: das Druckbogenmodell (DBM) sowie das Erweiterte Druckbogenmodell (EDBM). Bei dem Druckbogenmodell wird dem idealisierten Fachwerkmodell die Tragwirkung eines vereinfacht bestimmten Betondruckbogens überlagert. Der Druckbogenverlauf bestimmt sich aus der Lage der horizontalen Biegedruckkraft in diskreten vertikalen Schnitten unter Berücksichtigung des Biegemomentes und der Vorspannwirkung. Das DBM kann mit ausreichender Genauigkeit zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit vorgespannter Balken im ungerissenen Zustand I oder bei ausschließlicher Biegerissbildung herangezogen werden kann. Damit ist es für die Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit nicht geeignet, wenn die Voraussetzungen vom Ebenbleiben der Querschnitte nicht mehr gegeben sind.

Das EDBM dient der Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit vorgespannter Balken bei zusätzlicher Schrägrissbildung im Grenzzustand der Tragfähigkeit. Es beruht methodisch teilweise auf dem Vorgehen bei Anwendung des DBM. Zusätzlich zur horizontalen Biegedruckkraft wird hier jedoch auch die horizontale Komponente der geneigten Druckstrebenkräfte aus der Fachwerkwirkung im Steg infolge Querkraft bei der Bestimmung des Druckbogenverlaufes in Ansatz gebracht. Der daraus resultierende Druckbogenverlauf weicht daher in Abhängigkeit von der Größe der einwirkenden Querkraft vom Verlauf des Druckbogens ab, welcher vereinfacht nach dem DBM ermittelt wurde. Im Bereich lastbedingter Diskontinuitätsstellen ist zudem die fächerartige Ausbreitung der Druckstreben im Steg bei der Berechnung des Druckbogenverlaufs nach dem EDBM zu berücksichtigen.

#### DANKSAGUNG

Der Bundesanstalt für Straßenwesen (BASt) wird für die Beauftragung der beschriebenen Versuche, den Mitgliedern des Betreuungsausschusses für die hilfreichen Diskussionen gedankt. Zudem danken die Autoren den Kooperationspartnern für die konstruktive Zusammenarbeit und die stets fruchtbaren Diskussionen. Diesem Beitrag liegen Teile der im Auftrag des Bundesministeriums für Verkehr und digitale Infrastruktur (BMVI), vertreten durch die Bundesanstalt für Straßenwesen (BASt) unter FE-Nr. 15.0591/2012/FRB und FE-Nr. 89.0264/2011 durchgeführten Forschungsarbeiten zugrunde. Die Verantwortung liegt allein bei den Autoren.

### Literatur

- Reineck, K.-H.; Dunkelberg, D. (Hg.): ACI-DAfStb databases 2015 with shear tests for evaluating relationships for the shear design of structural concrete members without and with stirrups. DAfStb Heft 617. Beuth Verlag GmbH, 1. Auflage, 2017.
- [2] Reineck, K.-H.; Fitik, B.; Kuchma, D. A.: Erweiterte Datenbanken zur Überprüfung der Querkraftbemessung für Konstruktionsbetonbauteile mit und ohne Bügel. DAfStb Heft 597. Beuth, 1. Aufl, 2012.
- [3] Hegger, J.; Herbrand, M.: Einfluss einer nachträglichen externen Vorspannung in Längsrichtung auf die Querkrafttragfähigkeit bestehender Spannbetonbrücken. Fördernummer FE 15.0498/2010/FRB, Bergisch Gladbach Ausgabe 2013.
- [4] Maurer, R.; Gleich, P; Zilch, K. et al.: Querkraftversuch an einem Durchlaufträger aus Spannbeton. In: Beton- und Stahlbetonbau 109 (2014), Heft 10, S. 654–665.
- [5] Maurer, R.; Gleich, P; Heeke, G.: Untersuchungen zur Querkrafttragfähigkeit an einem vorgespannten Zweifeldträger. Schlussbericht zu BASt FE 89.0264/2011, 2014.
- [6] Herbrand, M.; Classen, M.: Shear tests on continuous prestressed concrete beams with external prestressing. In: Structural Concrete 16 (2015), Heft 3, S. 428–437.
- [7] Herbrand, M.; Classen, M.: Querkraftversuche an Spannbetonbalken mit Rechteck- und I-Querschnitt. In: Bauingenieur 92 (2017), Heft 11, S. 465–473.
- [8] Gleich, P; Maurer, R.: Querkraftversuche an Spannbetondurchlaufträgern mit Plattenbalkenquerschnitt. In: Bauingenieur 93 (2018), Heft 2. S. 51–61.
- [9] Huber, T.; Huber P.; Kleiser, M. et al.: Nachrechnung der Querkrafttragfähigkeit von mehrfeldrigen Spannbetonbrücken mit geringer Bügelbewehrung. In: Beton- und Stahlbetonbau 113 (2018), Heft 10, S. 705–715.
- [10] Gehrlein, S.; Landler, J.; Oberndorfer, T. et al.: Großversuche zur Querkrafttragfähigkeit bestehender Spannbetonbrücken an der Saalebrücke Hammelburg – Teil 1: Konzeption, Beurteilung des Bestandes und Durchführung der Versuche. In: Beton- und Stahlbetonbau 113 (2018), Heft 9, S. 667–675.
- [11] Gehrlein, S.; Fischer, O.: Großversuche zur Querkrafttragfähigkeit bestehender Spannbetonbrücken an der Saalebrücke Hammelburg – Teil 2: Messprogramm, Versuchsergebnisse, Vergleich mit verschiedenen Bemessungsansätzen. In: Beton- und Stahlbetonbau 113 (2018), Heft 10, S. 696–704.
- [12] Hegger, J.; Maurer, R.; Fischer, O. et al.: Beurteilung der Querkraft- und Torsionstragfähigkeit von Brücken im Bestand – erweiterte Bemessungsansätze. Fördernummer FE 15.0591/2012/FRB, Bergisch Gladbach Ausgabe 2020.
- [13] Gleich, P.: Das Erweiterte Druckbogenmodell zur Beschreibung des Betontraganteils bei Querkraft. TU Dortmund, Dissertation, 2019.
- [14] Gleich, P., Kattenstedt, S.; Maurer, R.: Erweitertes Druckbogenmodell für die Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit von Stahl- und Spannbetonbalken. In: Beton- und Stahlbetonbau 111 (2016), Heft 5, S. 268–277.
- [15] Maurer, R.; Kiziltan, H.: Zum Einfluss des Druckbogens auf den Querkraftwiderstand von Spannbetonbalken. In: Bauingenieur 88 (2013), Heft 4, S. 165–176.
- [16] *Kiziltan, H.*: Zum Einfluss des Druckbogens auf den Schubwiderstand von Spannbetonbalken. TU Dortmund, Dissertation, 2012.

- [17] Leonhardt, F.: Spannbeton für die Praxis. Wilhelm Ernst & Sohn, 1955.
- [18] Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung: Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand (Nachrechnungsrichtlinie), 2011.
- [19] Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung: 1. Ergänzung zur Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand (Nachrechnungsrichtlinie), 2015.
- [20] DIN EN 1992–2:2010–12: Bemessungs- und Konstruktionsregeln von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 2: Betonbrücken – Bemessungs- und Konstruktionsregeln, 2010.
- [21] DIN EN 1992–2/NA:2013–04: Nationaler Anhang National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 2: Betonbrücken – Bemessungsund Konstruktionsregeln, 2013.
- [22] Reineck, K.-H.: Hintergründe zur Querkraftbemessung in DIN 1045–1 für Bauteile aus Konstruktionsbeton mit Querkraftbewehrung. In: Bauingenieur 76 (2001), Heft 4, S. 168–179.
- [23] Maurer, R.; Kizitan, H.; Zilch, K. et al.: Untersuchungen zur Querkraftbemessung von Spannbetonbalken mit girlandenförmiger Spanngliedführung. Fördernummer FE 29.244/2009, Bergisch Gladbach Ausgabe 2010.
- [24] Maurer, R.; Stakalies, E.: Versuche und Bemessungsvorschlag zur Anrechenbarkeit von Spanngliedern auf die Torsionslängsbewehrung. In: Bauingenieur 95 (1). S. 1–11, 2020.
- [25] Féderacion internationale du béton: fib Model Code for Concrete Structures 2010. Wilhelm Ernst & Sohn. Lausanne, 2013.
- [26] Kolodziejczyk, A., Maurer, R.: Erweitertes Druckbogenmodell. Anwendungsbeispiel. In: Bauingenieur 95 (2020), Heft 11, S. 440-445.



### Dr.-Ing. Philipp Gleich

Constructure GmbH (ehemalsTU Dortmund) Brandstücken 23, 22549 Hamburg p.gleich@constructure.de

Abb.: Marina Polianskaja

### Prof. Dr.-Ing. Reinhard Maurer

Technische Universität Dortmund, Lehrstuhl Betonbau August-Schmidt-Straße 8, 44227 Dortmund reinhard.maurer@tu-dortmund.de

Abb.: Detlef Podehl